التفاضل والتكامل

سلسلة الحقائب التعليميّة في STEM

المرحلة الثّانوية

נסרק עם CamScanner

محتويات الحقيبة

الفهرس	5
المقدِّمة	6
الأهداف	7
المفاهيم والمصطلحات	8
النشاط الأوّل: شروق الشمس معدّل التغيّر	9
النشاط الثاني: السرعة المتّجهة (تطبيقات فيزيائيّة)	15
النشاط الثالث: المقذوفات	21
النشاط الرابع: تطبيقات للتفاضل/أكبر قيمة وأصغر قيم	27
النشاط الخامس: المساحة تحت المنحنى	33
النشاط السادس: العلاقة بين التفاضل والتكامل	39

נסרק עם CamScanner

المقدِّمة

المجالات

العلوم | الرياضيّات | الهندسة

يُعَدُّ علم الرياضيّات أساس العلوم التطبيقيّة كلّها، ويُعدُّ أيضًا أساس بناء العلم، وهو ضروريّ لمجالات الحياة كلّها، أما علم التفاضل والتكامل فله تطبيقات عدّة، نذكر منها حساب مساحات الأشكال الهندسيّة كافة، وحساب الحجوم أيضًا، وإذا نظرنا إلى الأقمار الصناعيّة بأنواعها كافة؛ العلميّة والخاصّة، وإلى علوم الطقس والفضاء الخارجيّ، نجد أنّها بُنيتْ كلّها اعتمادًا على علوم التفاضل والتكامل.

ويستخدم علم التفاضل والتكامل أيضًا في علوم الكيمياء والهندسة والاقتصاد والحاسوب والطّب؛ ففي الفيزياء مثلًا: المعدّل الزمني للتغيّر في إزاحة جسيم متحرّك هو سرعة الجسيم، والمعدّل الزمني للتغيّر في الإزاحة هو تفاضلها بالنسبة إلى الزمن، أما تفاضل السرعة بالنسبة إلى الزمن فيعطي العجلة. وللتفاضل أهمّيّة أيضًا في قوانين نيوتن؛ فالقانون الثاني ينصّ على أنّ: القوّة هي حاصل ضرب الكتلة في المعدّل الزمني للتغيّر في السرعة».

ومن تطبيقات علم التفاضل والتكامل كذلك إيجاد معدّل التفاعل لتفاعل كيميائي، وفي بحوث العمليات تحدِّد المشتقات أو التفاضلات الطرق المثلى لتصميم المصانع ونقل المواد أو الخامات أو المنتجات.

أُعدَّت هذه الحقيبة (التفاضل والتكامل) بناءً على أنشطة قائمة على ربط المعرفة الرياضيّة بالعلوم الأخرى، وتفعيل دور المتعلّم في إنتاج المعرفة والحصول عليها؛ لضمان استمرار أثر التّعلُّم وفق منهجيّة (STEM) القائمة على التكامل والترابط ما بين العلوم والهندسة والتقنية والرياضيّات.

נסרק עם CamScanner

الأهداف

يتوقع بعد تنفيذ أنشطة الحقيبة أن يكون الطالب قادرًا على:

1. جمع البيانات، وتحليلها، وتفسيرها.
2. ربط مفهومي التفاضل والتكامل بالحياة.
3. حلّ مشكلات حياتيّة باستعمال التفاضل والتكامل.
4. تفسير العلاقة بين التفاضل والتكامل.
5. توضيح التكامل ما بين التفاضل والتكامل والعلوم الأخرى.
6. توظيف التقنية في المواقف الرياضيّة.

נסרק עם CamScanner

المفاهيم والمصطلحات

معدّل التغيّر.

النهاية.

المشتقّة.

السرعة المتوسّطة.

السرعة المتّجهة.

المقذوفات.

التكامل.

ميل المماس.

נסרק עם CamScanner

أنشطة الحقيبة

النّشاط الرئيس الأوّل:

شروق الشمس

معدّل التغيّر

زمن تنفيذ النّشاط 90 دقيقة

נסרק עם CamScanner

المقدِّمة

كثيرًا ما نستمتع بمنظر الشمس وانعكاس أشعّتها على سطح البحر؛ ولكن، هل جرّبت مراقبة شروق الشمس، وأن تتقصّى معدّل ارتفاعها عن سطح البحر؟

لمعرفة أوقات شروق الشمس وغروبها أهمّيّة كبيرة في حياتنا اليوميّة؛ فأوقات الصلاة مرتبطة بها، ولها أهمّيّة كبيرة أيضًا في علم الفلك وفي إجراءات الأرصاد الفلكية؛ فمن خلالها تُعرَف حركة الكون.

الأهداف الخاصّة بالنّشاط

يتوقّع منك بعد تنفيذ النّشاط أن:

- تتعرّف مفهوم معدّل التغيّر.
- تفسّر معدّل التغيّر فيزيائيًّا.
- تحلّ مسائل حياتيّة مرتبطة بمعدّل التغيّر.
- توظّف مفهوم معدّل التغيّر في مجالات الحياة المختلفة.

STEM

العلاقات التكامليّة في الحقيبة مع العلوم الأخرى:

العلوم: Science — التطبيقات الفيزيائيّة والتطبيقات في علم الفلك والعلوم الحياتيّة.

التقنية: Technology — استعمال أجهزة لمراقبة حركة الشمس ورصدها.

الهندسة: Engineering — رسم العلاقات ما بين المتغيّرات (ارتفاع الشمس والزمن).

נסרק עם CamScanner

القوانين والمبادئ التكاملية في الحقيبة:

- السرعات ومعدّلات التغيّر والمشتقات.
- يتكامل مع العلوم الطبيعية والفيزيائيّة.

النماذج والتصميم:

تصميم تجربة لمراقبة حركة شروق الشمس.

الموادّ اللازمة:

جهاز رصد فلكي

جهاز آيباد

برمجيّة إكسل

التّعلُّم القبلي والتّعلُّم الرأسي:

- حساب معدل التغير.
- النهاية.
- قوانين النسب المثلثيّة.

נסרק עם CamScanner

النّشاط الأوّل

شروق الشمس/ معدّل التغيّر

إجراءات تنفيذ النّشاط :

ستعمل ضمن مجموعة من زملائك مكوّنة من 3-4 طلّاب؛ للقيام بالإجراءات الآتية:

- مراقبة حركة الشمس باستخدام جهاز الرصد الفلكي في مختبر علوم الأرض.
- استعمال برمجيّة إكسل لرسم العلاقة بين ارتفاع الشمس والزمن.
- حساب ميل المماس لمنحنى العلاقة الناتج بعد مرور ساعتين على شروق الشمس في كل مجموعة.
- استخدام جهاز الآيباد، والاستعانة بمحطة الأرصاد الجوّية لتزويد الطلّاب بمعدّل تغيّر زاوية الرصد بالنسبة إلى الزمن، والمسافة الأفقيّة لجهاز الرصد عن المسقط العمودي للشمس.
- استعمال التفاضل لحساب سرعة الشمس في لحظة معيّنة (بعد ساعتين مثلًا).
- **ماذا تستنتج ؟**

مجالات تطبيق الموضوع في الحياة:

لعلم الفلك تطبيقات متنوّعة في الحياة، ومن أهمّها مراقبة الهلال، وتحديد المناسبات الدينية كالأعياد، وله كذلك تطبيقات فيزيائيّة وكيميائيّة كثيرة ومتنوّعة.

נסרק עם CamScanner

شروق الشمس/ معدّل التغيّر

نشاط استكشافي

في محطة مراقبة حركة السفن، انطلقت سفينتان من الميناء نفسه، في اتجاهين مختلفين حيث كانت الزاوية بينهما (120) درجة، فإذا سارت السفينة الأولى تسير بسرعة (60km/h)، وكانت سرعة السفينة الثانية (50km/h)، ما معدّل تغيّر البُعد بين السّفينتين بعد ساعتين من تحرّكهما؟

نشاط تفسيري

- كم تبعد السفينتان عن بعضهما بعد نصف ساعة من الحركة؟
- فسّر دلالة معدّل تغيّر البُعد بين السفينتين، والبُعد بينهما.

נסרק עם CamScanner

النّشاط الأوّل

شروق الشمس/ معدّل التغيّر

نشاط تطبيقي تكاملي

في تجربة إطلاق صاروخ رُصِدَ من قبل وكالة الرصد التي تبعد 5 كم عن قاعدة هذا الصاروخ، كان معدّل تغيّر زاوية ارتفاع الصاروخ (0,01rad/s)، ما سرعة إطلاق الصاروخ؟

إرشاد: يمكن الاستعانه بتطبيق جيوجبرا على جهاز الآيباد، واختيار تجربة تتبع مسار الصاروخ، ومقارنة النتائج مع ما توصّل إليه الطلّاب.

نشاط التحقّق من التعلّم (التقويم)

من قمّة برج رأسي ارتفاعه 100 متر يقع على شاطئ البحر، رصد أحد الأشخاص قاربًا يسير في خط مستقيم باتجاه قاعدة البرج، فلاحظ أنّ زاوية الانخفاض التي يُشاهَد بها القارب تزداد بمعدّل (0,2rad/min)، أوجد سرعة القارب عندما يصبح على بُعد 200 متر من قاعدة البرج

נסרק עם CamScanner

أنشطة الحقيبة

النّشاط الرئيس الثاني:

السرعة المتّجهة (تطبيقات فيزيائيّة)

زمن تنفيذ النّشاط 90 دقيقة

נסרק עם CamScanner

المقدّمة

كثيرًا ما نحتاج في التجارب الفيزيائيّة إلى قياس السرعة اللحظيّة للجسم من دون استخدام المحاكاة والمختبرات الافتراضيّة، ولعلّ تطبيقات التفاضل تساعدنا على حساب السرعة المتوسّطة، من خلال معدّل تغيّر المسافة بالنسبة إلى معدّل تغيّرها الزمني؛ ولكن، كيف نستخدم التفاضل في حساب السرعة المتّجهة اللحظيّة؟

الأهداف الخاصّة بالنّشاط

يتوقّع منك بعد تنفيذ النّشاط أن:

- تتعرّف مفهوم السرعة المتّجهة.
- تميّز بين السرعة المتوسّطة والسرعة اللحظيّة.
- تتعرّف تطبيقات متنوّعة من الحياة للسرعة المتّجهة.
- تتعرّف التكامل بين الرياضيّات والفيزياء.

STEM

العلاقات التكامليّة في الحقيبة مع العلوم الأخرى:

الفيزياء: Physics — قوانين الحركة والسرعة.

الكيمياء: Chemistry — سرعة التفاعل.

التقنية: Technology — استخدام برمجيّة إكسل أو تطبيق جيوجبرا لتمثيل المنحنى الناتج.

الهندسة: Engineering — التمثيل البيانيّ لحركة الجسم.

נסרק עם CamScanner

القوانين والمبادئ التكامليّة في الحقيبة:

العلوم : القوانين الفيزيائيّة لحساب السرعة، وسرعة التفاعل وتركيز الموادّ المتفاعلة.

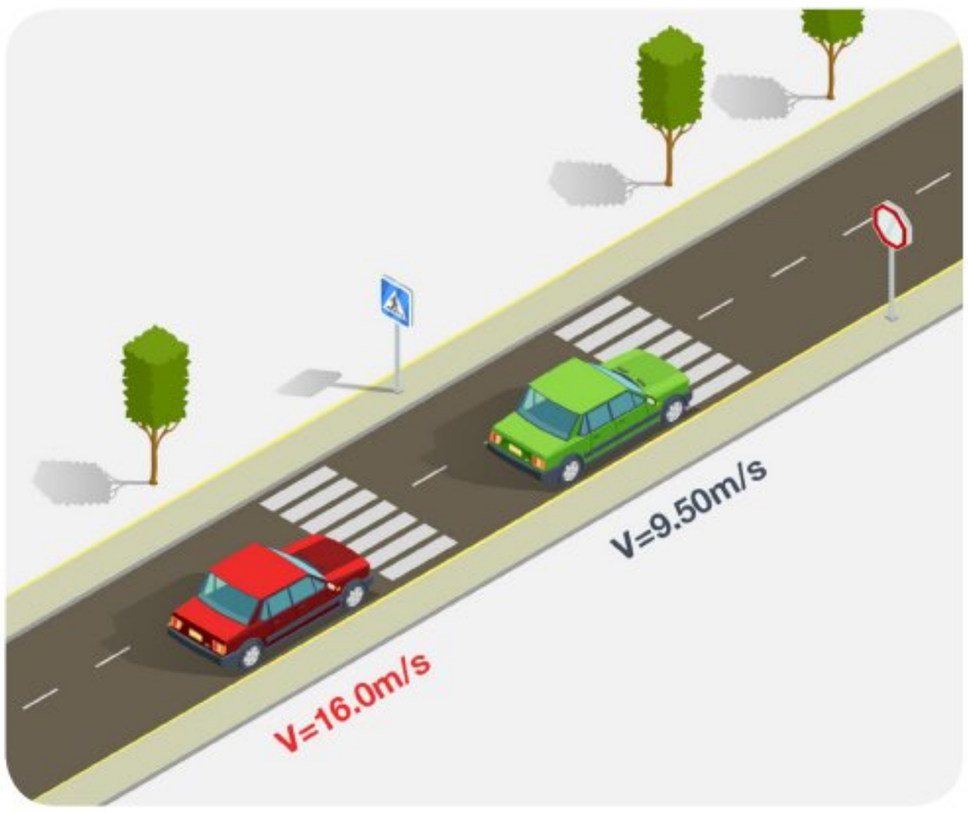
الرياضيّات: القوانين الرياضيّة.

التقنية: المختبرات الافتراضيّة.

الهندسة: استخدام التمثيل البيانيّ، ورسم العلاقة بين المتغيّرات.

النماذج والتصميم:

تصميم تجربة توضّح المفهوم الفيزيائيّ لحركة جسم في خط مستقيم، وربطها بالمشتقات.



الموادّ اللازمة:

سيّارة

بوّابات ضوئيّة

جهاز آيباد

ساعة رقميّة

التّعلُّم القبلي والتّعلُّم الرأسي:

- قوانين المسافة/ السرعة.
- النهايات.

נסרק עם CamScanner

النّشاط الثاني

السرعة المتّجهة (تطبيقات فيزيائيّة)

إجراءات تنفيذ النّشاط :

ستعمل في معمل الفيزياء ضمن مجموعة مكوّنة من 4 طلّاب؛ للقيام بالإجراءات الآتية:

- إطلاق سيّارة بين بوّابتين ضوئيّتين.
- قياس الزمن باستخدام الساعة الرقميّة، وحساب المسافة المقطوعة.
- تكرار التجربة، وأخذ قراءة زمنيّة جديدة، وقياس المسافة المقطوعة عندها، مع مراعاة (تثبيت السرعة الابتدائيّة). وهكذا تؤخذ قراءات زمنيّة ومسافات عدّة، وتبوّب البيانات في الجدول كالآتي:

رقم القراءة	المسافة	الزمن

- استعمال برمجيّة إكسل لرسم العلاقة بين المسافة والزمن.
- استنتاج قاعدة العلاقة بين المسافة والزمن، وكتابة الملاحظات.
- حساب السرعة المتوسّطة، ومعدّل تغيّر المسافة بالنسبة إلى الزمن.
- حساب ميل المماس لمنحنى العلاقة بين المسافة والزمن.
- حساب السرعة اللحظيّة للجسم باستخدام قوانين الحركة.
- مقارنة السرعة اللحظيّة مع ميل المماس عند أيّ لحظة.
- استخدام المشتقات لاشتقاق دالّة المسافة بالنسبة إلى الزمن.

נסרק עם CamScanner

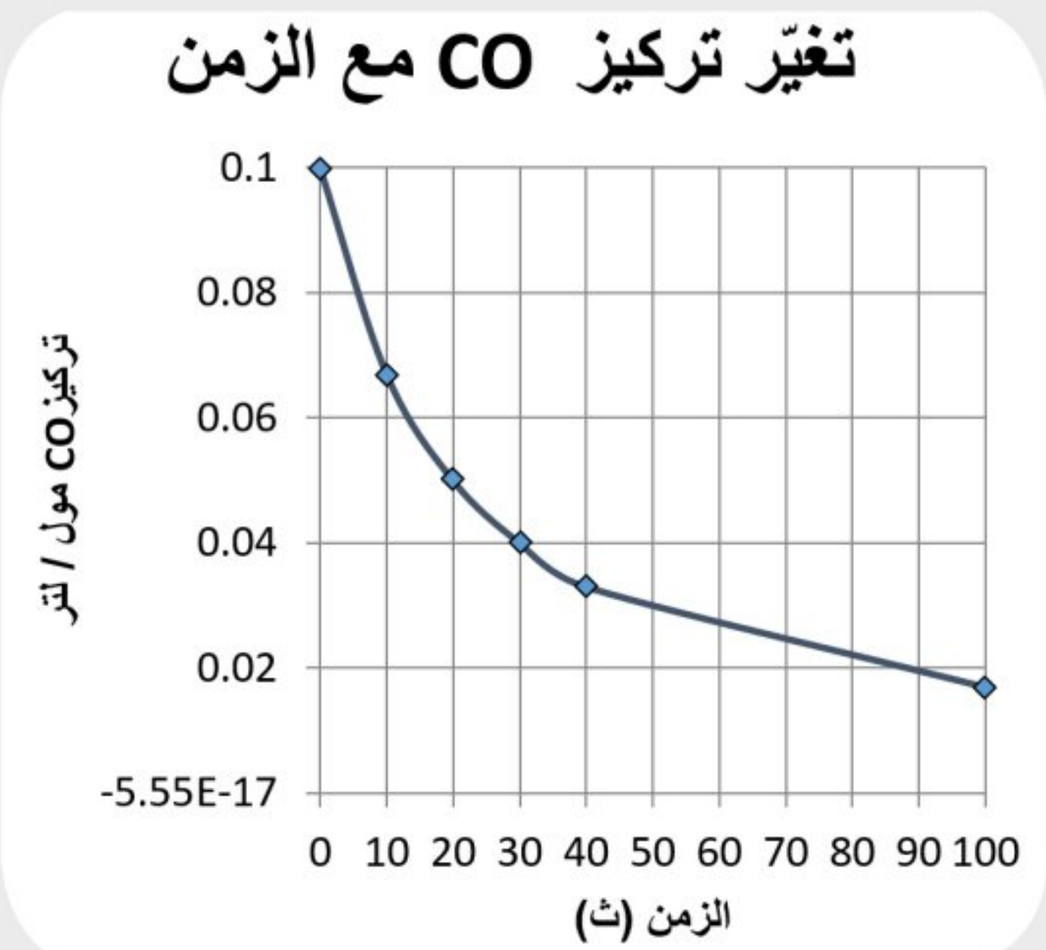
النّشاط الثاني

نشاط استكشافي

إذا كان بالإمكان قياس معدّل سرعة التفاعل بمعرفة التغيّر في تركيز إحدى الموادّ المتفاعلة أو الناتجة خلال مدّة زمنيّة معيّنة، فادرس الرسم الآتي للبيانات التي تمّ الحصول عليها بالتجربة، والمتعلّقة بالتفاعل الآتي:

$$Co + No_2 \text{ ------> } Co_2 + No$$

- كيف يمكن قياس سرعة التفاعل اللحظيّة عند الزمن ٣٥ ثانية؟



نشاط تفسيري

- فسّر الفرق بين سرعة الجسم المتوسّطة وسرعته اللحظيّة، ما الحالات التي تكون فيها السرعة المتوسّطة مساوية للسرعة اللحظيّة؟

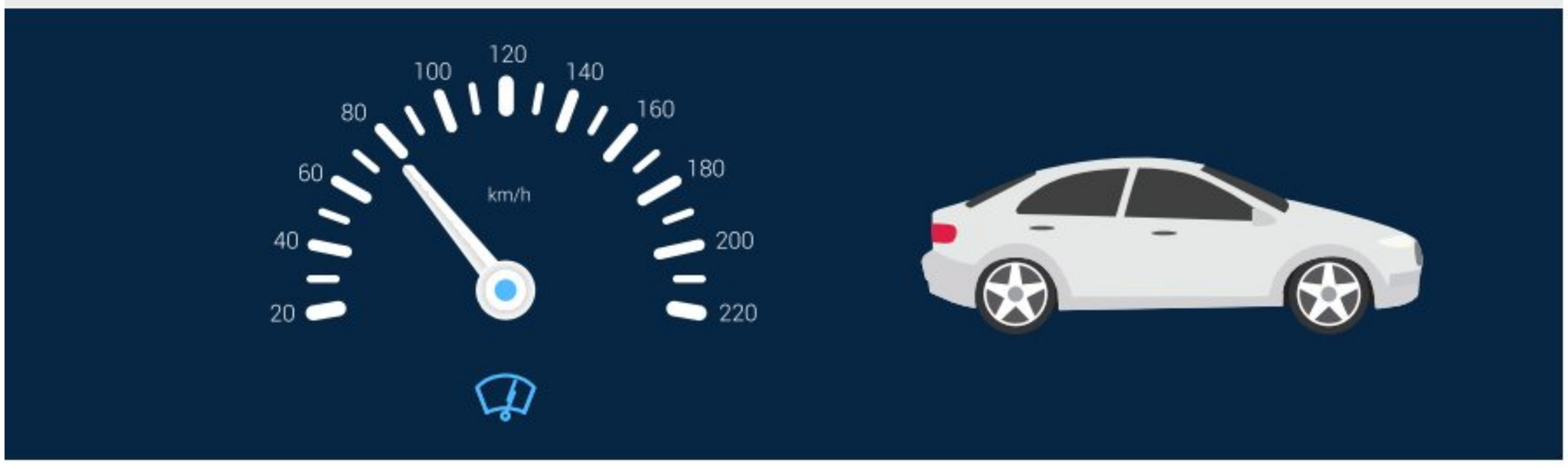
נסרק עם CamScanner

النّشاط الثاني

السرعة المتّجهة (تطبيقات فيزيائيّة)

نشاط تطبيقي تكاملي

إذا كانت سرعة جسيم متحرّك (v) بالمتر / ثانية تُمثَّل بالدالّة:
$3t^2 = 3v(t) + 6t$ - حيث t الزمن بالثانية، فأوجد تسارع الجسيم بعد 5 ثوانٍ. (تسارع جسم متحرّك هو معدّل تغيّر سرعته بالنسبة إلى الزمن).

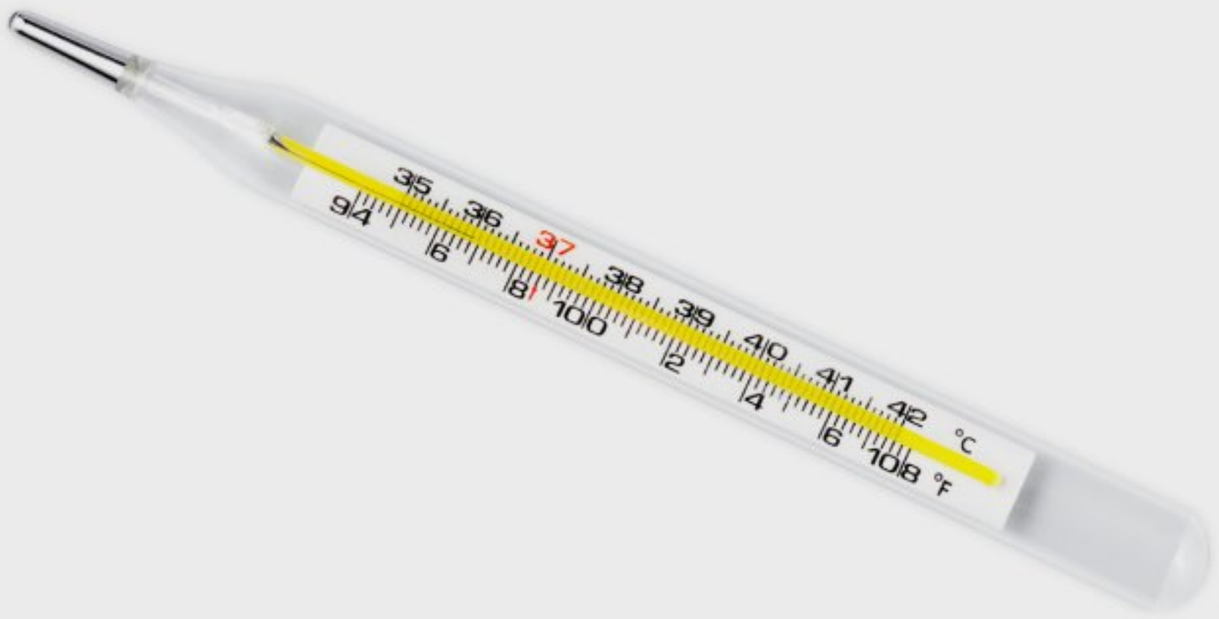


نشاط التحقّق من التعلّم (التقويم)

إذا كانت درجة الحرارة بالفهرنهايت (F) في إحدى المدن تُعطى بالعلاقة:

$$F(h) = -.0036h^3 - 0.01h^2 + 2.04\,h + 52$$

حيث h عدد الساعات التي انقضت من اليوم، فأوجد معادلة التغيّر اللحظيّ لدرجة الحرارة.



נסרק עם CamScanner

أنشطة الحقيبة

النّشاط الرئيس الثالث:

المقذوفات

زمن تنفيذ النّشاط 90 دقيقة

نסרק עם CamScanner

المقدِّمة

يرتبط علم المقذوفات بكثير من المجالات في الحياة اليوميّة؛ مثل المجالات الرياضيّة ككرة القدم، وكرة السلّة، وهو مرتبط أيضًا بالعلوم؛ إذ إنّه فرع أساسيّ من فروع علم الفيزياء.

ولعلم المقذوفات أيضًا استخدامات متعدّدة في وكالة الفضاء ناسا؛ إذ إنّه يُستخدم في وصف مسار الأجسام وتتبّع حركتها؛ وعليه، فلا بدّ من التفاضل لحلّ الكثير من المسائل المرتبطة بالمقذوفات.

الأهداف الخاصّة بالنّشاط

يتوقّع منك بعد تنفيذ النّشاط أن:

- توضّح الترابط والتكامل بين الرياضيّات والفيزياء.
- تطبّق التفاضل في حلّ مسائل وتطبيقات حياتيّة متنوّعة.

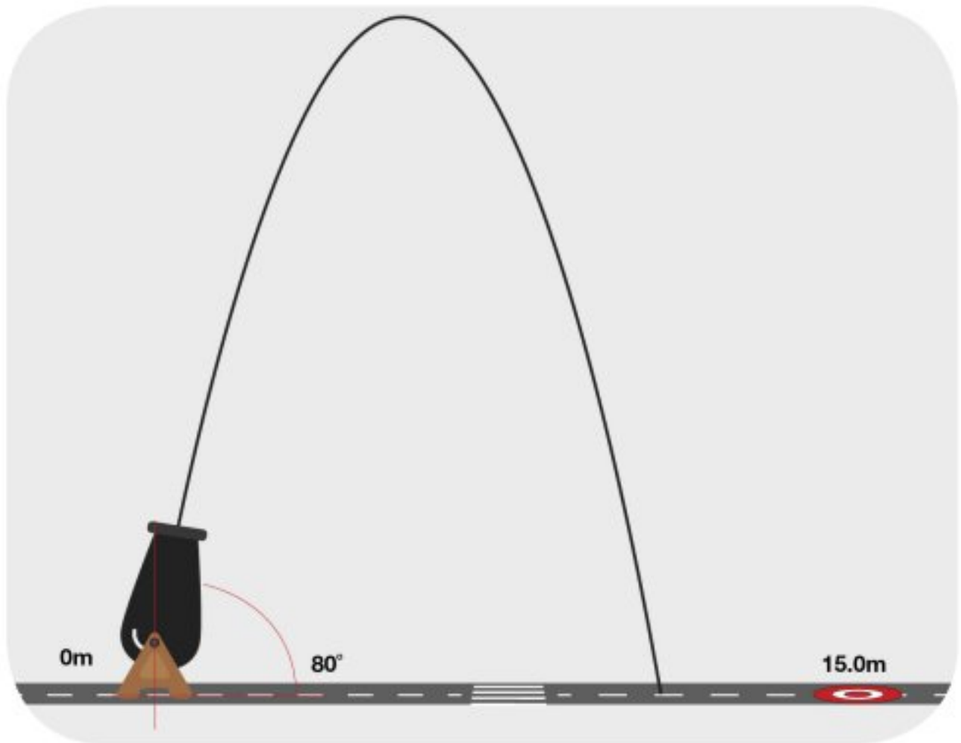
STEM

العلاقات التكامليّة في الحقيبة مع العلوم الأخرى:

العلوم: Science — مرتبط مع الفيزياء وقوانين الحركة.

التقنية: Technology — استخدام تطبيق جيوجبرا.

الهندسة: Engineering — تصميم الآلة التي ترمي الكرة.



נסרק עם CamScanner

القوانين والمبادئ التكامليّة في الحقيبة:

- قوانين الحركة الفيزيائيّة.
- المشتقّات.

النماذج والتصميم:

تصميم آلة لقذف كرة، وتطبيق تجربة المقذوفات.

الموادّ اللازمة:

أقلام رصاص

كرة

قلم محدّد

ساعة رقميّة

ورق لاصق

قاعدة لتثبيت
الكرة عليها

صندوق

التّعلُّم القبلي والتّعلُّم الرأسي:

قوانين الحركة لحساب السرعة.

נסרק עם CamScanner

النّشاط الثالث

المقذوفات

إجراءات تنفيذ النّشاط :

ستنفذ هذا النّشاط من خلال العمل في مجموعة مكوّنة من 4 من زملائك؛ للقيام بالإجراءات الآتية:

- تصميم الآلة التي ستُقذف منها الكرة كما في الشكل المجاور:

(القذف رأسيًّا إلى أعلى).

- قذف الكرة (إهمال مقاومة الهواء).
- قياس المسافة التي تقطعها الكرة في أوقات مختلفة قبل عودتها إلى الأرض.
- قياس الزّمن باستخدام الساعة الرقميّة.
- حساب السرعة الابتدائيّة باستخدام قوانين الحركة، على أن تكون السرعة الابتدائيّة ثابتة.

$$V_f = V_0 + at$$
$$X_f = X_0 + V_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$V_f^2 = V_0^2 + 2a(X_f - X_0)$$
$$X_f = X_0 + \frac{1}{2}(V_f + V_0)t$$

- تكرار التجربة للتوصّل إلى قاعدة العلاقة ما بين المسافة (ft) المقطوعة، والزمن (sec).

(تسارع الجاذبية الأرضية $a = 32.2\ ft/sec^2$).

- اشتقاق العلاقة، وكتابة دالّة السرعة.

مجالات تطبيق الموضوع في الحياة:

تستخدم المقذوفات في مجالات متعدّدة في الرياضة، وتُستخدم كذلك في وكالة الفضاء في تتبّع مسار الأجسام.

נסרק עם CamScanner

النّشاط الثالث

نشاط
استكشافي

قذف لاعب طوله (1,9 متر) الكرة رأسيًّا إلى أعلى حسب العلاقة $[d(h) = 20h-5h^2]$، حيث h الزمن بالثواني، و d المسافة بالأمتار.
احسب أقصى ارتفاع عن سطح الأرض تصل إليه الكرة.

نشاط
تفسيري

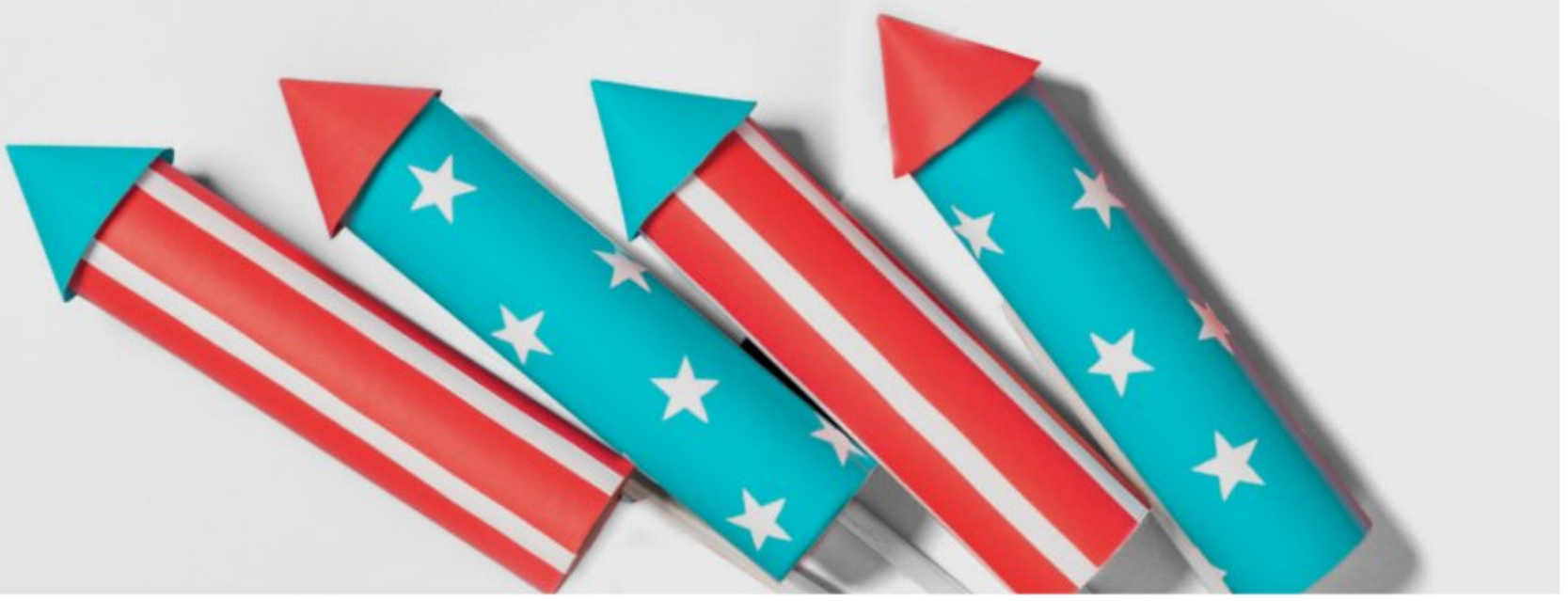
- معتمدًا على النّشاط السابق، هل يمكن أن تكون سرعة الجسم سالبة؟ فسّر ذلك.
- احسب الزمن الذي يغيّر عنده الجسم اتجاه حركته.

נסרק עם CamScanner

نشاط تطبيقي تكاملي

انطلقت قذيفة ألعاب ناريّة رأسيًّا إلى أعلى بسرعة ابتدائيّة مقدارها (90) ft/s، وتمثِّل الدالّة $h(t) = -16\,t^2 + 90t + 3.2$، بالأقدام الارتفاعَ الذي ستصل إليه القذيفة بعد t ثانية من انطلاقها.

ما السرعة المتّجهة للقذيفة بعد 0,5 s من انطلاقها؟



نشاط التحقّق من التعلّم (التقويم)

معتمدا على النّشاط السابق، ما أقصى ارتفاع تصل إليه القذيفة ؟

נסרק עם CamScanner

أنشطة الحقيبة

النّشاط الرئيس الرابع:

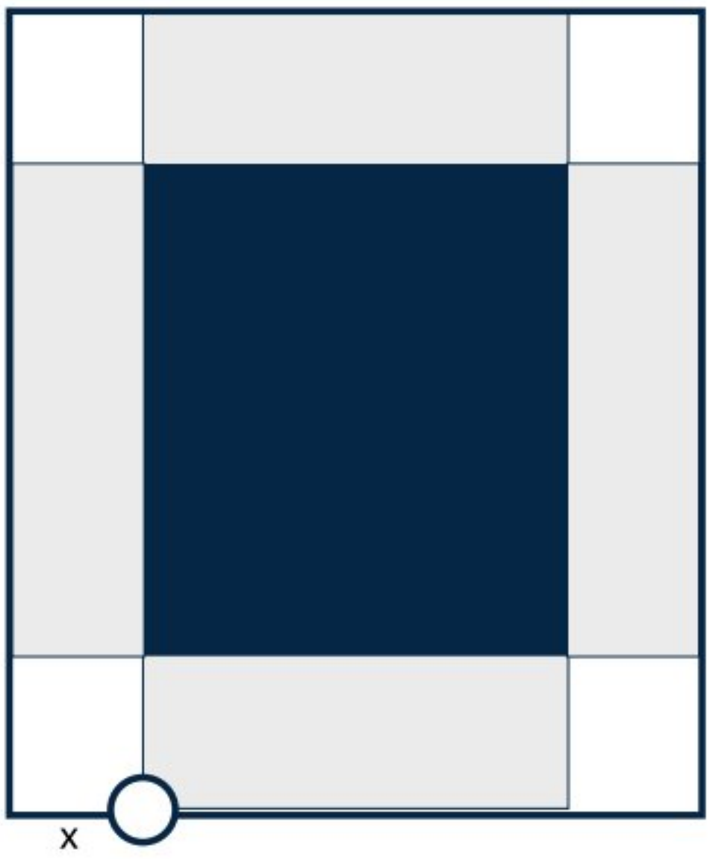
تطبيقات للتفاضل/ أكبر قيمة وأصغر قيم

زمن تنفيذ النّشاط 90 دقيقة

נסרק עם CamScanner

المقدِّمة

يُعدُّ حساب أكبر قيمة وأصغر قيمة للكثير من الدوالّ من أهمّ تطبيقات التفاضل؛ حيث نحتاج في الحياة العمليّة إلى معرفة كمّيّة الإنتاج اللازمة لتحقيق أكبر ربح، وبأقلّ تكلفة، ومعرفة الكمّيّات اللازمة للتصنيع.



يرغب مصنع في صنع علبة على شكل متوازي مستطيلات مفتوحة من الأعلى، من قطعة كرتون مستطيلة الشكل، أبعادها 7 سم، 5 سم، وذلك بقصِّ مربعّات طول كلّ منها (س) سم من زواياها الأربع، ثمّ طيّ القطع البارزة إلى الأعلى.

ما قيمة (س) التي تجعل حجم العلبة أكبر ما يمكن؟

الأهداف الخاصّة بالنّشاط

يتوقّع منك بعد تنفيذ النّشاط أن:

- تتعرّف التطبيقات الحياتيّة للتفاضل.
- تطبّق التفاضل في حساب القيم القصوى.
- تحلّ مسائل حياتيّة باستعمال التفاضل.

العلاقات التكامليّة في الحقيبة مع العلوم الأخرى:

STEM

يدخل علم التفاضل والتكامل في تطبيقات متنوّعة من مجالات الحياة؛ كمجال التقنية، ومجال العلوم كعلم الفيزياء، وحساب السرعه والتسارع، ومجالات الهندسة والتصنيع.

נסרק עם CamScanner

النّشاط الرابع

القوانين والمبادئ التكامليّة في الحقيبة:

الرياضيّات: القوانين الرياضيّة والمشتقات.

التقنية: تطبيق جيوجبرا، وبرمجيّة إكسل.

الهندسة: تصميم مجسّم متوازي مستطيلات.

النماذج والتصميم:

تصميم علبة على شكل متوازي مستطيلات، حجمها أكبر ما يمكن.

الموادّ اللازمة:

مقصّ

قطعة كرتون
مستطيلة الشكل

جهاز آيباد

أدوات للقياس

التّعلُّم القبلي والتّعلُّم الرأسي:

- الحجوم والمساحات.

נסרק עם CamScanner

النّشاط الرابع

تطبيقات للتفاضل/أكبر قيمة وأصغر قيمة

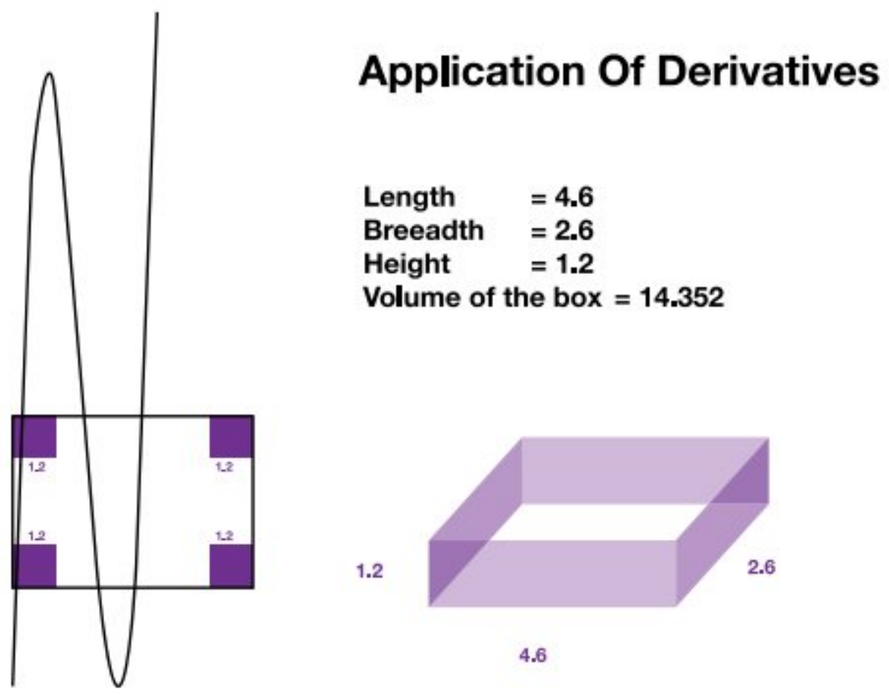
إجراءات تنفيذ النّشاط :

ستعمل ضمن مجموعة من زملائك؛ للقيام بالنّشاط الآتي:

- تصميم شبكة لمتوازي المستطيلات باستخدام قطعة من الكرتون، واختيار قيمة لـ س، وحساب الحجم.
- تكرار التجربة بعد اختيار قيم أخرى لـ (س)، وحساب الحجم في كلّ مرّة، وتسجيل البيانات في الجدول كالآتي:

رقم المحاولة	س	حجم المتوازي

- التعاون لاستنتاج قيمة (س) التي تجعل حجم المتوازي أكبر ما يمكن.
- استعمل جهاز الآيباد للدخول إلى تطبيق جيوجبرا:
  - انقر على التفاضل لحساب أكبر وأصغر قيمة.
  - اختر مسألة الصندوق.
  - سجّل أبعاد قطعة المستطيل.
  - غيّر الأبعاد للحصول على أكبر حجم.



- المقارنة بين ما تمّ التوصّل إليه من التطبيق مع المحاولات السابقة.
- صياغة دالّة حجم الصندوق بدلالة (س).
- التعاون في استعمال تطبيقات التفاضل للوصول إلى أكبر قيمة للحجم من خلال إيجاد المشتقة، وتحديد القيم الحرجة، ثمّ تحديد قيمة (س) التي تكون عندها أكبر قيمة للحجم.

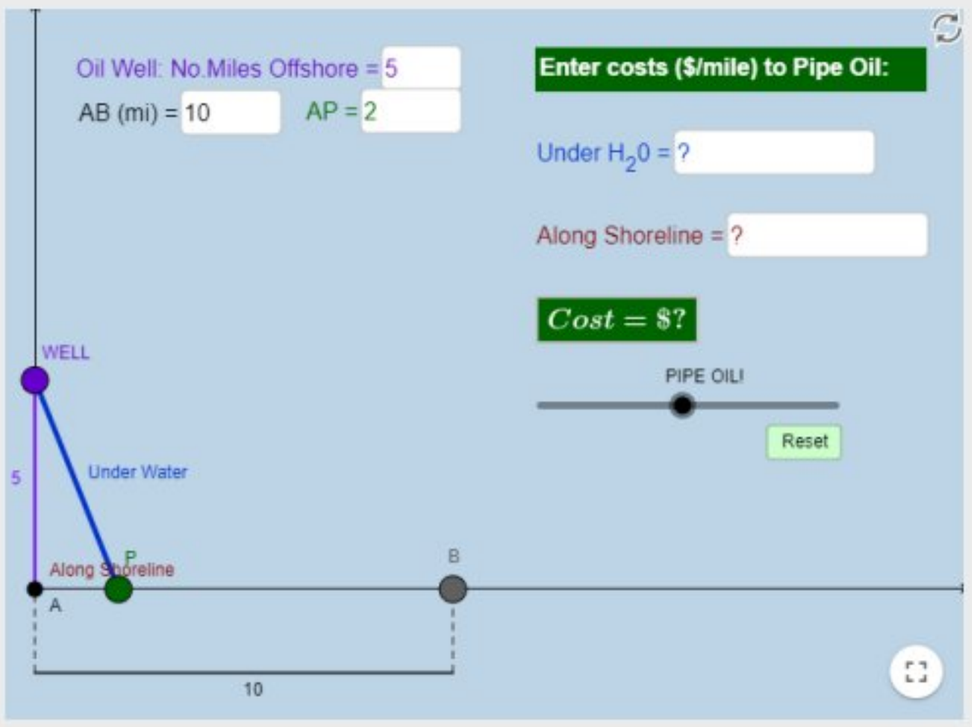
נסרק עם CamScanner

النّشاط الرابع

تطبيقات للتفاضل/أكبر قيمة وأصغر قيمة

نشاط استكشافي

- تواصل مع شركات النفط في المملكة العربية السعوديّة، وابحث عن تكلفة أنابيب النفط تحت الماء، وعن تكلفتها على اليابسة.
- استخدم تطبيق جيوجبرا لحلّ المسألة، ومعرفة أقلّ تكلفة ممكنة لنقل النفط من الحقل مرورًا بالنقطة P تحت الماء، ومن النقطة P إلى النقطة B على الساحل، كما في الشكل الآتي:



نشاط تفسيري

- ما علاقة التفاضل والمشتقّات في حساب أكبر قيمة وأصغر قيمة؟ وضّح إجابتك.

נסרק עם CamScanner

النّشاط الرابع

تطبيقات للتفاضل/أكبر قيمة وأصغر قيمة

نشاط تطبيقي تكاملي

في ألعاب الملاهي:

- ابحث في الإنترنت؛ لمعرفة الدالّة التي تبيّن العلاقة بين الارتفاع عن الأرض والزّمن.
- في أيّ لحظة تصل إلى أقصى ارتفاع؟
- ما أقصى ارتفاع تصل إليه اللّعبة؟
- في أيّ لحظة تصل إلى أقلّ ارتفاع؟
- ما أدنى ارتفاع تصل إليه اللّعبة؟

مجالات تطبيق الموضوع في الحياة:

من أهمّ تطبيقات التفاضل التطبيقات الاقتصاديّة، حيث تُستخدم في حساب أكبر قيمة وأصغر قيمة للكثير من الدوالّ كتحقيق أكبر ربح، وأقلّ تكلفة، وكذلك التطبيقات الهندسيّة، وعمليّات الإنتاج لمعرفة الكمّيّات اللازمة للتصنيع.

نشاط التحقّق من التعلّم (التقويم)

إذا كانت دالّة الإيراد الكلّيّ (بآلاف الريالات) لأحد المبيعات هو $[d(x) = 200\,x - 0.01x^2]$، ودالّة التكلفة الكلّيّة (بآلاف الريالات): $[C(x) = 50x + 20]$، حيث x عدد الوحدات المبيعة، فأوجد عدد القطع التي يجب أن يبيعها التاجر ليكون الربح أكبر ما يمكن.

נסרק עם CamScanner

أنشطة الحقيبة

النّشاط الرئيس الخامس:

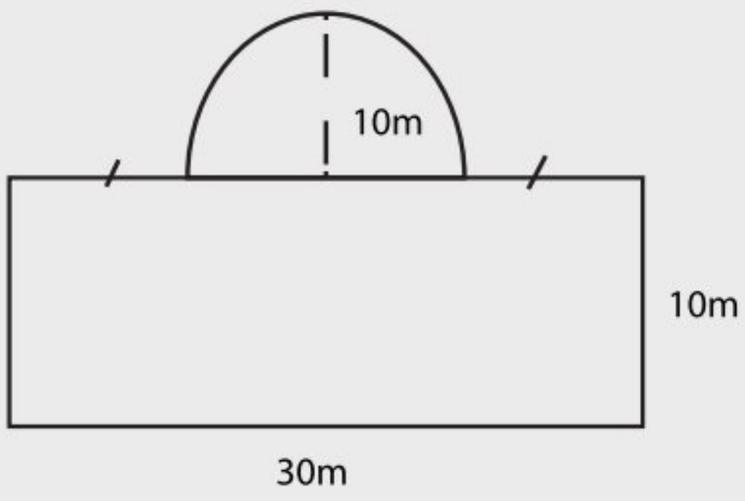
المساحة تحت المنحنى

زمن تنفيذ النّشاط 90 دقيقة

נסרק עם CamScanner

المقدِّمة

نحتاج في كثير من مجالات الحياة اليوميّة إلى حساب مساحات وحجوم أشكال غير منتظمة أو منحنية.
صمّم مهندس الواجهة الأماميّة لأحد المباني، وكان شكل المدخل الخارجي على صورة مستطيل أبعاده:
(30) مترًا، (10) أمتار ،وكان المنحنى ممثّلًا بالعلاقة
$[F(x) = 10 - x^2/10]$،
كما في الشكل المجاور:



- فإذا أراد دهان المنطقة المحصورة بين المستطيل والمنحنى، فما التكلفة الكلّيّة للدهان، إذا علمت أنّ سعر المتر المربّع 150 ريالًا؟

الأهداف الخاصّة بالنّشاط

يتوقّع منك بعد تنفيذ النّشاط أن:

- تحسب مساحة محصورة بين منحنيات.
- تحلّ مسائل حياتيّة متنوّعة باستعمال التكامل.

STEM

العلاقات التكامليّة في الحقيبة مع العلوم الأخرى:

- استخدام التكامل في إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات.
- حلّ مسائل في مواقف حياتيّة متنوّعة.

נסרק עם CamScanner

القوانين والمبادئ التكامليّة في الحقيبة:

الهندسة: رسم الأشكال الهندسيّة، وحساب مساحتها.

التقنية: استخدام برمجيّة إكسل في رسم المنحنيات.

النماذج والتصميم:

تصميم واجهة تحوي منحنىً، والمطلوب حساب مساحة المنطقة المحصورة.

الموادّ اللازمة:

أدوات قياس

مقصّ

أوراق كرتون

الحاسبة البيانيّة

أوراق رسم بيانيّ

التّعلُّم القبلي والتّعلُّم الرأسي:

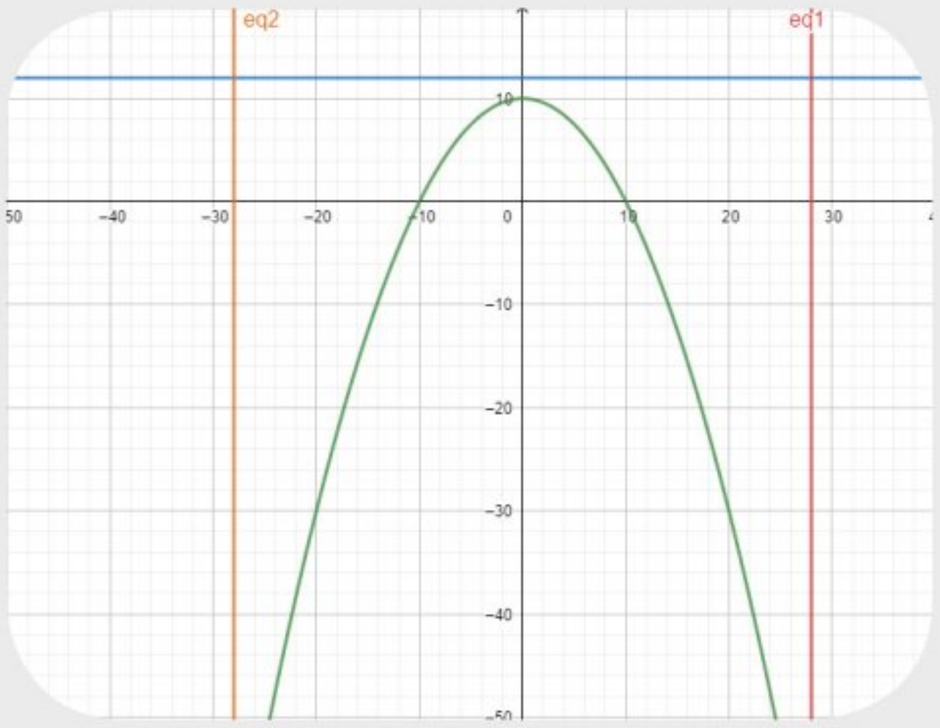
- مساحة المثلّث والمستطيل والمربّع.
- رسم الدالّة التربيعيّة.

נסרק עם CamScanner

النّشاط الخامس

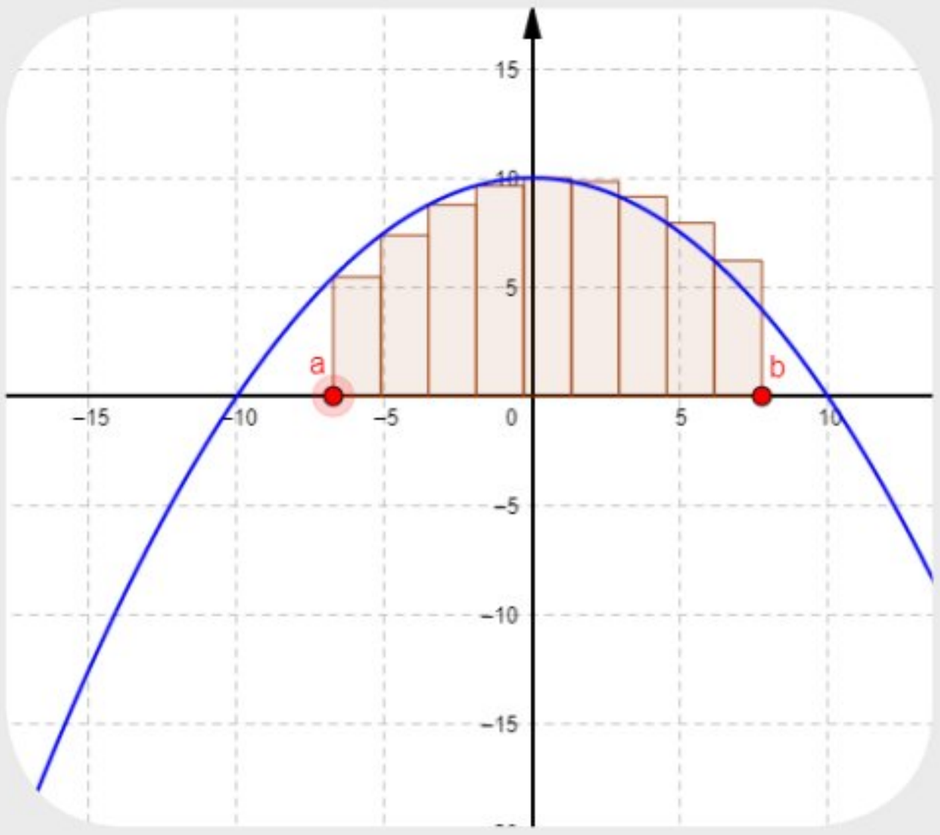
المساحة تحت المنحنى

إجراءات تنفيذ النّشاط :



ستعمل ضمن مجموعة من زملائك؛ للقيام بالنّشاط الآتي:

- رسم الشكل المطلوب للتصميم على ورق مربّعات، مع أخذ التقريب في الحسبان.
- حساب مساحة المستطيل الخارجيّ.



- لحساب مساحة الشكل المنحني، يعمل الطلّاب مستطيلات عرضها وحدتان، وطولها يختلف حسب المنحنى.
- جمع مساحة المستطيلات للتوصّل إلى المساحة تحت المنحنى.
- تكرار التجربة بعمل مستطيلات عرضها وحدة واحدة، ثمّ مستطيلات عرضها نصف وحدة.
- استخدام مجموع ريمان لحساب المساحة.
- استخدام تطبيق جيوجبرا لحساب المساحة لمنحنى الدالّة التربيعيّة.
- توظيف التكامل لحساب المساحة في الفترة من -10 إلى 10.
- مقارنة نتيجة التكامل مع ما توصّل إليه الطلّاب من مجموع المستطيلات.
- حساب التكلفة المطلوبة.

مجالات تطبيق الموضوع في الحياة:

حساب مساحات الأشكال وحجوم المجسّمات باستعمال التكامل.

נסרק עם CamScanner

النّشاط الخامس

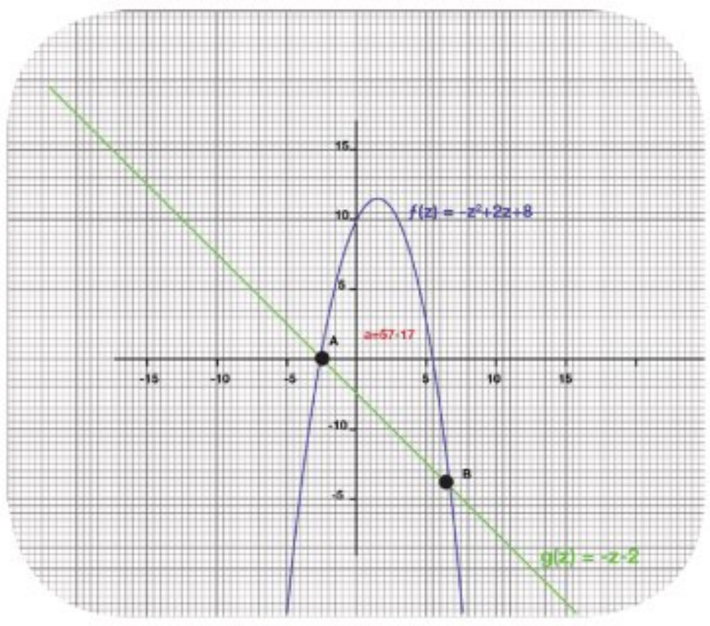
المساحة تحت المنحنى

نشاط استكشافي

- اعتمادًا على النّشاط السابق، احسب أقصى ارتفاع للقوس.

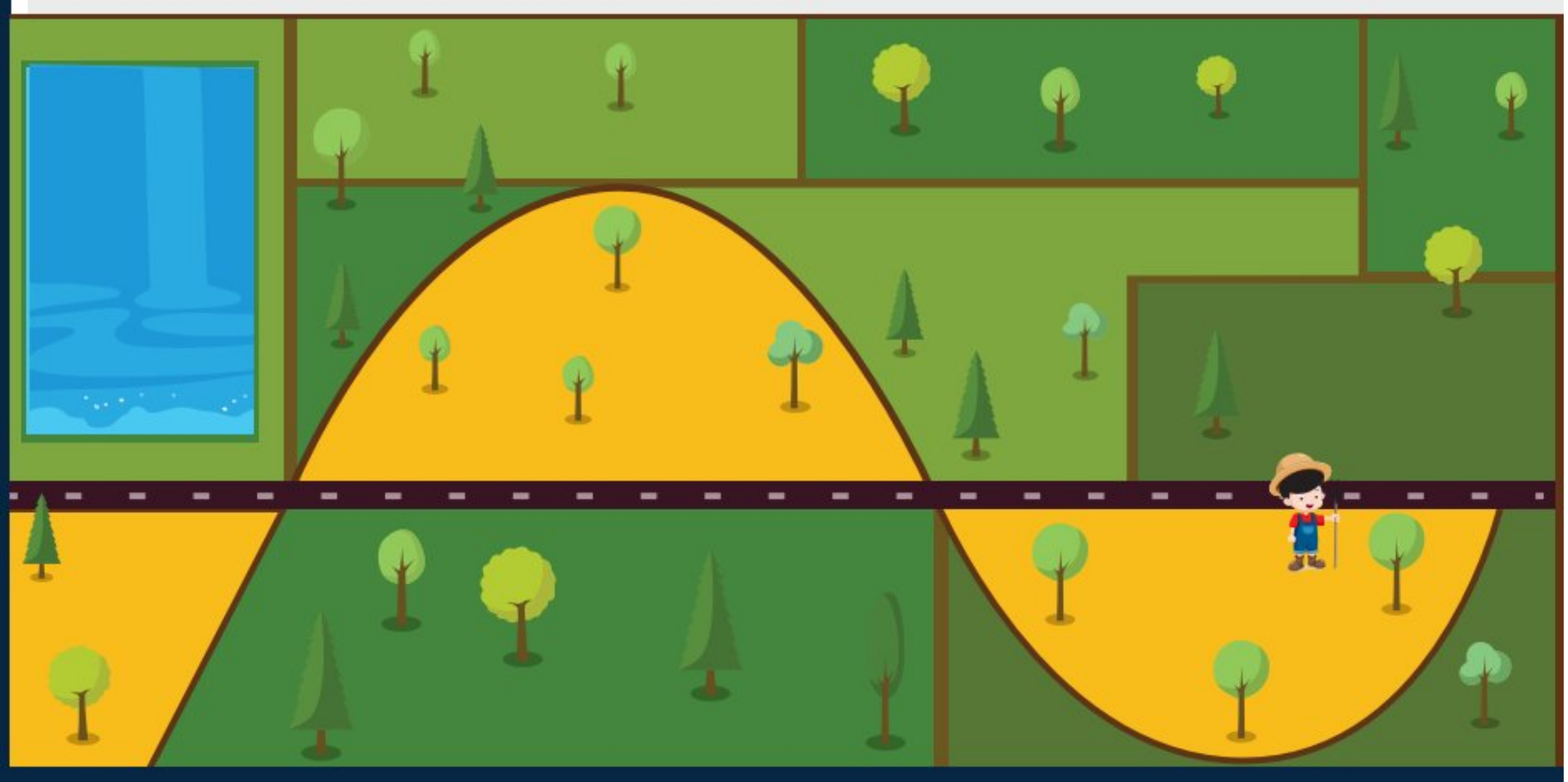
نشاط تفسيري

اعتمادًا على التكامل، احسب مساحة المنطقة المظلّلة المحصورة بين الدالّتين.



نشاط تطبيقي تكاملي

لدى مزارع ثلاثة أولاد، ويريد تقسيم الأرض التي يملكها بينهم بالتساوي، فإذا كان شكل أرضه كما في الشكل الآتي، فهل يمكنك مساعدة المزارع على حساب مساحة الأرض الكلّيّة؛ ليتمكّن من تقسيمها على أبنائه بالتساوي؟



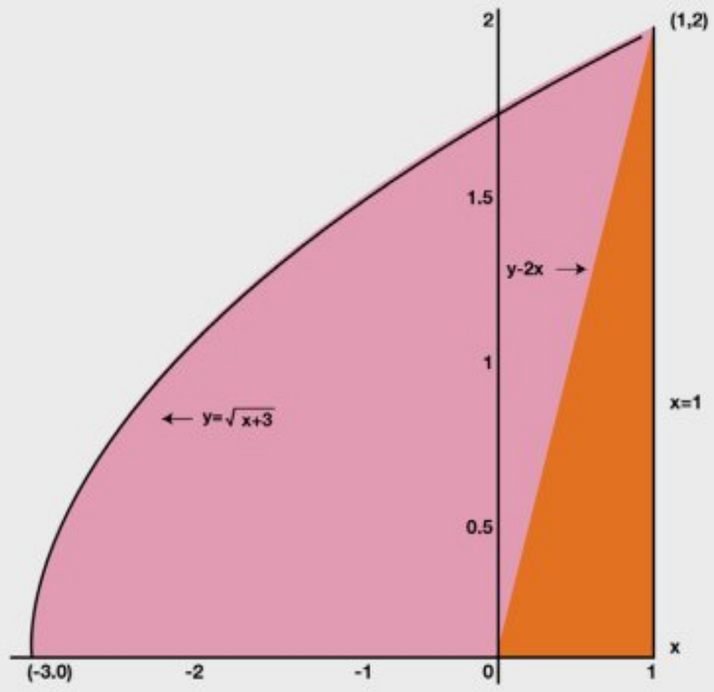
נסרק עם CamScanner

النّشاط الخامس

المساحة تحت المنحنى

نشاط التحقّق من التعلّم (التقويم)

يُراد تبليط الجزء المظلّل باللون الزهري في مدخل منزل كما في الشكل الآتي، فإذا كانت تكلفة المتر المربّع 200 ريال، فكم تبلغ تكلفة التبليط الكلّيّة؟



נסרק עם CamScanner

أنشطة الحقيبة

النّشاط الرئيس السادس:

العلاقة بين التفاضل والتكامل

زمن تنفيذ النّشاط 90 دقيقة

نסרק עם CamScanner

المقدِّمة

البكتيريا موجودة بكثرة في الأجواء من حولنا، وفي علم الأحياء نحتاج إلى معرفة أعداد البكتيريا بعد مدّة معيّنة إذا عُلِم معدّل تكاثرها في وحدة من الزمن.

الأهداف الخاصّة بالنّشاط

يتوقّع منك بعد تنفيذ النّشاط أن:

- توضّح العلاقة بين التفاضل والتكامل.
- تحلّ مسائل حياتيّة بتوظيف التفاضل والتكامل.
- توضّح التكامل بين التفاضل والتكامل والعلوم الأخرى.
- تقدّر أهمّيّة الرياضيّات في حلّ المشكلات العلميّة.

STEM

العلاقات التكامليّة في الحقيبة مع العلوم الأخرى:

العلوم: Science — علم الأحياء.

التقنية: Technology — التلسكوب الإلكتروني.

الهندسة: Engineering — رسم العلاقة بين المتغيّرات.

נסרק עם CamScanner

النّشاط السادس

القوانين والمبادئ التكامليّة في الحقيبة:

- معدّل التغيّر بالنسبة إلى الزمن.
- استخدام المجهر.

النماذج والتصميم:

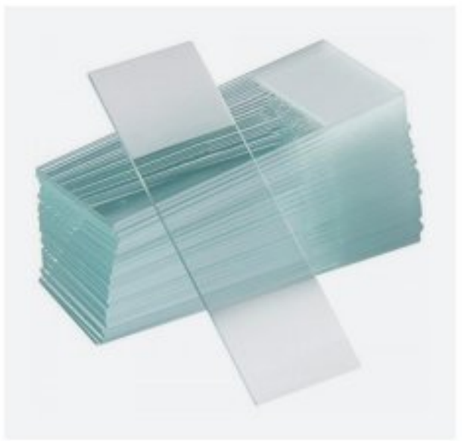
تصميم تجربة لقياس معدّل تكاثر البكتيريا ضمن مدّة زمنيّة.

المواد اللازمة:

حليب سائل

مجهر إلكتروني

مادة صبغيّة



شريحة مجهريّة

التّعلُّم القبلي والتّعلُّم الرأسي:

- حساب معدّل التغيّر.

נסרק עם CamScanner

إجراءات تنفيذ النّشاط :

- ستعمل في معمل الأحياء ضمن مجموعة من زملائك مكوّنة من 3 – 4 طلاّب، وفق الإجراءات الآتية:
- في مختبر الأحياء، يأخذ أحد أفراد المجموعة عيّنة (مسحة) من حليب سائل (أو وسط غذائي تنمو عليه البكتيريا)، ويضعه على الشريحة المجهريّة.
- يصبغ طالب آخر هذه المسحة.
- توضع الشريحة المجهريّة تحت المجهر؛ بحيث تكون مساحة الحقل المجهريّ معلومة (لتسهيل حساب عدد البكتيريا).
- تحسب المجموعة عدد البكتيريا، وتُسجّل النتائج.
- تُكرّر التجربة مرّات عدّة (بعد: 5،10، 15، 20، 25 ثانية مثلًا).
- تستنتج المجموعة علاقة معدّل تكاثر البكتيريا بالنسبة إلى الزمن.
- تستعمل المجموعة التكامل لحساب عدد البكتيريا بعد 3 ثوانٍ، من خلال العلاقة التي تمّ التوصّل إليها.

مجالات تطبيق الموضوع في الحياة:

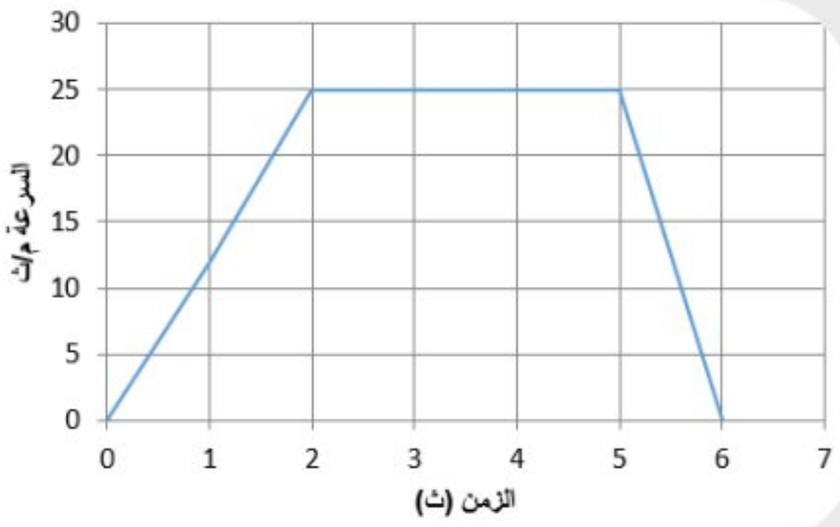
تستخدم في مجالات العلوم وفي المجالات الاقتصاديّة.

נסרק עם CamScanner

النّشاط السادس

نشاط استكشافي

الشكل الآتي يمثّل العلاقة بين السرعة (م/ث)، والزّمن (ث) لجسم يتحرّك في خط مستقيم.
معتمدًا على الرسم، كيف يمكن حساب المسافة المقطوعة في الفترة الزّمنيّة من [0، 6] ؟



نشاط تفسيري

- أوجد الدالّة الأصليّة للدالّة $f(x) = 3x^2 + 4x - 5$
- فسّر: لماذا يوجد عدد لا نهائي من الدوالّ الأصليّة؟

نشاط تطبيقي تكاملي

يزداد عدد سكان مدينة حسب العلاقة:

$$\frac{dp}{dt} = 0.025p$$

حيث p عدد السكان، t الزمن بالسنوات، إذا علمت أنّ عدد سكان المدينة بلغ في عام 2015م (200000) نسمة، فأوجد عدد سكانها بعد أربعين عامًا.

נסרק עם CamScanner

نشاط التحقّق من التعلّم (التقويم)

اشترى أحمد سيّارة بمبلغ 500000 ريال، وكانت قيمتها تتناقص بمرور الزمن وفق العلاقة:

$$\left[\frac{dv}{dt} = \frac{a}{(1+t)^2}\right]$$

حيث a ثابت موجب، v قيمة السّيّارة بالريال بعد t سنة من شرائها، علمًا أنّ قيمة السّيّارة بعد سنة واحدة من شرائها كانت 400000 ريال، فإذا أراد أحمد بيع السّيّارة بعد ٤ سنوات من شرائها، فما السعر الذي يمكن بيعها به؟

נסרק עם CamScanner